

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ТЕОРИИ ИГР И СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Арзымбеков Аскат Замирбекович

Выпускная квалификационная работа бакалавра

**Некооперативная игра выбора участника
государственно-частного партнерства**

Направление 01.03.00: Фундаментальная информатика и информационные
технологии

Научный руководитель,
кандидат физ.-мат. наук,
доцент
Зенкевич Н.А.

Санкт-Петербург

2017

Содержание

Введение	
Глава 1. Государственно-частное партнерство: международный опыт и российская практика.....	
1.1. Цели, задачи, формы государственно-частного партнерства	
1.2. Международный опыт реализации ГЧП. Способы выбора частного партнера	
Глава 2. Математическая модель задачи выбора участника ГЧП	
2.1. Игры с упорядоченными исходами	
2.2. Теоретико-игровая модель задачи выбора участника ГЧП	
2.3 Алгоритм нахождения равновесия	
Глава 3. Анализ сценариев и практическая реализация модели.....	
3.1. Анализ предложений на иллюстративном сценарии.....	
3.2 Решение задачи выбора участника ГЧП	
Выводы	
Заключение	
Список литературы	
Приложение	

Введение

Выбор частного партнера является важным этапом создания проекта государственно-частного партнерства (ГЧП), от которого в целом зависит дальнейшая успешная работа ГЧП. В работе исследована математическая модель выбора частного партнера ГЧП, которому в дальнейшем следует дать право на заключение контракта. Задача выбора частного партнера ГЧП в настоящее время малоизучена в научной литературе, в том числе и в рамках теории игр. Обзор научной литературы выявил лишь небольшой список статей о выборе участника партнерства. Исследуемая теоретико-игровая модель является наиболее пригодной моделью, так как позволяет учесть мнения как государственного, так и частного секторов, что является ее несомненным преимуществом [3]. Задача определения лучшего частного партнера моделируется как статическая некооперативная игра с полной информацией и многокритериальным выигрышем. Для нее приведен алгоритм нахождения равновесия в игре, которая определяется заданными отношениями ранжирования предложений участников по нескольким критериям оценки эффективности и отражает предпочтения как государственного, так частного секторов. Алгоритм может быть использован для любого количества участников и любого количества договорных условий. На основе данного алгоритма приведено решение иллюстративного примера для демонстрации работы предлагаемой теоретико-игровой модели, ее алгоритма и разработанного программного обеспечения. Предлагаемая теоретико-игровая модель может быть использована как частным, так и государственным секторами для анализа любого числа потенциальных предложений, которые, скорее всего, будут поданы потенциальными участниками партнерства, а также для поддержки выбора стратегий

назначения ставок, и оказания содействия при выборе реалистичного набора договорных условий и методов оценки их эффективности.

Актуальность задачи выбора частного партнера проявляется себя в последствиях неудачного выбора участника частного сектора при формировании состава участников ГЧП, которые назначают более высокие цены участия в проекте или не полной степени отвечают качеству решаемых задач, что приводит к необходимости дальнейших переговоров с одной стороны, а с другой – построению подходящей системы поддержки принятия решений, учитывающее мнения обеих сторон [3].

Работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложения.

В параграфе 1.1. первой главы изучается история возникновения ГЧП, дается определения государственно-частному партнерству, а также рассматриваются различные формы партнерства, используемые на практике. В параграфе 1.2. изучается процесс выбора участника, описываются все этапы проведения конкурса и рассматриваются различные методы оценки предложений участников. Показано, что ГЧП является инновационной политикой в предоставлении социальных услуг, заслуживающей подробного изучения и построения эффективных процедур и инструментов поддержки.

Во второй главе приведена теоретическая основа для решения задачи выбора участника ГЧП, даются математические определения игры и концепции ее решения (параграфы 2.1-2.2.). В параграфе 2.3. приведен алгоритм нахождения равновесия по Нэшу, реализация которого позволяет прогнозировать победителя конкурса претендентов на частного партнера ГЧП.

В заключительной главе иллюстрируется применения алгоритма и математической модели на реалистичном сценарии проекта ГЧП.

Описывается работа алгоритма с реальными данными. В приложении приведена вычислительная программа нахождения равновесия в исследуемой модели.

Глава 1. Государственно-частное партнерство: международный опыт и российская практика.

1.1. Цели, задачи, формы государственно-частного партнерства

Вот уже более десяти лет в нашей стране активно развивается институт государственно-частных партнерств (ГЧП). Это контрактные соглашения, в рамках которых частный сектор обязуется предоставлять общественно-значимые услуги государству. ГЧП проекты распространяются практически на все отрасли (транспорт, социальная инфраструктура, коммунальные услуги и т.д.). В государственно-частное партнерство может также входить предоставление специализированных услуг (военная техника, коммуникационные сети).

Общественной инфраструктурой называется совокупность сооружений и оборудования, необходимого для полноценной работы экономики и жизни страны [1]. В широком смысле объекты общественного значения можно разделить на две группы:

- экономическую инфраструктуру: транспортные и коммунальные сети (водопровод, канализация, электрические сети и т.д.),
- социальную инфраструктуру: школы, больницы, библиотеки, исправительные учреждения и т.д. – необходимую для нормальной жизни общества.

Инфраструктуру также можно разделить на «осязаемую»: она в первую очередь включает транспортную систему (дороги, железнодорожные пути, мосты, порты, общественный транспорт и т.д.), здания и прочие реально существующие объекты. И на «неосязаемую», включающую экономическую и социальную инфраструктуру (обучение и

профессиональная подготовка, общественные библиотеки, социальное обеспечение).

Общепризнанно, что государство обязано обеспечить работу объектов общественного назначения на том основании, что рыночная экономика и ее механизмы не в состоянии обеспечить их создание, и даже если может, то это приводит к потере связанных с ней социально-экономических выгод.

Исторические примеры говорят, что государство может сделать это двумя путями: самостоятельно, либо с участием частного капитала, привлеченных посредством законодательства, налоговых льгот, других сходных мер либо на контрактной основе [1].

Термин государственно-частное партнерство был введен в Великобритании в начале 90-х годов. «Государственно-частное партнерство – это юридически оформленное на долгий срок, основанное на объединении ресурсов и распределении рисков сотрудничество государственного и частного партнеров в целях решения общественно-значимых задач, осуществляемое путем реализации социальных, инфраструктурных проектов в отношении государственной и муниципальной собственности» [2]. Платежи частным компаниям за пользование объектом вносятся на протяжении действия соглашения о ГЧП, их производит государственная сторона, сам объект остается в собственности государства или переходит в его собственность по истечении срока действия соглашения о ГЧП. Государственный сектор могут представлять министерство, ведомство, государственное учреждение или любое другое предприятие, относящееся к государственному сектору. Участником со стороны частного сектора являются частные компании, изъявляющие желание заключить контракт о ГЧП.

ГЧП являются альтернативой приобретению объектов инфраструктуры государственным сектором (государственным закупкам), которые оплачиваются за счет средств налогов или государственных займов. В процессе государственных закупок госорганы формулируют техническое задание, проводят отбор коммерческих предложений и оплачивают частной компании-подрядчику полную стоимость строительства объекта. С другой стороны, государственные органы, создавая ГЧП, формулирует свои требования в виде «отдачи», определяющей объем предоставления социальных услуг за определенное время, но не указывает конкретный способ их реализации. Предприятия частного сектора сами определяют все, что связано с проектированием, строительством и эксплуатацией объекта. Частный партнер получает платежи на протяжении всего срока действия соглашения о ГЧП (в среднем, этот период составляет 25 лет), что осуществляется на основании предварительного соглашения о возмещении затрат и возврате вложений. При этом плата за услуги может быть сокращена на определенную сумму вычетов, что может быть вызвано неудовлетворением изначальным требованиям [1]. Финансовые затраты по исполнению проекта ГЧП могут быть по-разному распределены между государством и частным партнером: от полной оплаты за счет государственных средств до полного покрытия расходов частными инвесторами.

Формы реализации ГЧП классифицируются по правовому признаку участия частного сектора в проекте. Термины BOT, BTO, BOMT и DBLOT из *табл.1* указывают различные формы реализации ГЧП. Все они указывают на момент передачи права собственности от частного партнера государственным органам. Если же проектная компания никогда не была законным владельцем объекта, термины обозначают законные интересы

частной компании, такие как аренда недвижимости и просто право на эксплуатацию. Разница между ними юридическая и не затрагивает экономическую и финансовую основы – объекты ГЧП являются активами государственного сектора, и их нельзя продать частным компаниям или лицам [1]. В соответствии с международной практикой основу разделения ГЧП на формы составляют передаваемые частному партнеру риски и ответственность за реализацию, а также действия партнеров в отношении объекта ГЧП, среди которых: строительство, проектирование, финансирование, управление и обслуживание [2]. Далее в таблицы приведены основные типы ГЧП, используемые на практике.

Таблица 1. Государственные и частные проекты по созданию инфраструктуры

Государственно-частное партнерство						
Тип соглашения	Государственные закупки	Франшиза	Соглашение о DFBO	Соглашение о ВТО	Соглашение о ВОТ	Соглашение о ВОО
Строительство	Государственный сектор	Государственный сектор	Частный сектор	Частный сектор	Частный сектор	Частный сектор
Эксплуатация	Государственный сектор	Частный сектор	Частный сектор	Частный сектор	Частный сектор	Частный сектор
Владение	Государственный сектор	Государственный сектор	Государственный сектор	Частный сектор, на этапе строительства, а потом государственный сектор	Частный сектор, пока действует соглашение, а потом государственный сектор	Частный сектор, покупатели, государственный сектор или потребители
Кто является плательщиком?	Государственный сектор	Потребители	Государственный сектор и потребители	Государственный сектор и потребители	Государственный сектор и потребители	Частный сектор и потребители
Кто оплачивал?	Неизвестно	Частный сектор	Частный сектор	Частный сектор	Частный сектор	Частный сектор

Проанализируем «за» и «против» концепции ГЧП. Чем объясняется рост интереса к ГЧП во всем мире на протяжении последних лет? Реформа государственного сектора под названием «Новое государственное управление» (New Public Management) – теоретическая база ГЧП. Но на самом деле первичной причиной широкого распространения ГЧП стало то,

что в проектах ГЧП отсутствуют ограничения, связанные с бюджетами государственных организаций [1]. В правительственных кругах дебаты по ГЧП не прекращаются, в основном они касаются следующих вопросов:

- ГЧП привлекает дополнительные инвестиции в общественную инфраструктуру;
- в ГЧП не так заметны повышенные расходы на финансирование;
- можно ли передачу риска и эффективность расходования средств отнести на счет более высоких расходов на финансирование;
- экономия за счет масштаба;
- преимущества оценки стоимости жизни проекта и его техническое обслуживание;
- добавление стоимости за счет привлечения специалистов из частного сектора;
- ГЧП – катализатор реформирования государственного сектора;

ГЧП необходимо рассматривать более широко – в свете реформы государственного сектора под названием Новое государственное управление (NPM), которая поощряет:

- перераспределение полномочий между разными уровнями государственного управления;
- разделение ответственности за приобретение коммунальных услуг;
- заключение соглашений с частным сектором о производстве последним коммунальных услуг;
- приватизацию коммунальных услуг;

Все это сильно размывает границы между частным и государственным секторами экономики. Итак, соглашения о ВОТ и его

модификации создали основу для нового поколения ГЧП в 90-е годы, а теоретической и политической базой для них стало NPM. Идеология NPM гласит, что государство должно дать возможность частному сектору предоставлять услуги в тех отраслях, где это экономически выгодно [1]. Там конкуренция ведет к улучшению обслуживания и снижению потребительских тарифов, а также к экономии ограниченных ресурсов.

В международной практике ГЧП главным методом оценки проектов ГЧП является концепция Value for Money (Эффективность расходования средств), которая позволяет определить ценность, качество, полезность и уровень соответствия услуги или товара техническим требованиям заказчика – государства.

В ГЧП риск, связанный с реализацией проекта (строительный, эксплуатационный, финансовый риск) переносится частному партнеру, что является их основным аргументом в пользу. Поскольку риском лучше управляют частные компании и, соответственно, затраты на проект будут ниже. Получается, что перенос риска частному партнеру улучшает показатель *эффективности расходования средств*.

Также можно утверждать, что привлечение частных компаний приносит определенные преимущества: во-первых, частные компании будут браться только за хорошие проекты и избегать бесполезных и нерентабельных, так как оплата услуг непосредственно зависит от «отдачи» проекта. Считается также, что у частных компаний большой опыт управления сложными проектами, следовательно, они сдают их в срок и без перерасхода средств. То же относится к дальнейшему оказанию услуг [1].

1.2. Международный опыт реализации ГЧП. Способы выбора частного партнера

Конкурс на право заключения соглашения о ГЧП находится в центре процессов относящихся к ГЧП. Только конкуренция гарантирует государству эффективное расходование средств. Но если конкурс организован плохо, он может свести на нет преимущества партнерства [1]. Проведение конкурса законодательно закреплено в большинстве развитых стран. В России конкурс проводится на базе Федерального закона о ГЧП и включает в себя следующие этапы: 1) размещение сообщения о проведении конкурса; 2) рассмотрение заявок на участие в конкурсе; 3) проведение предварительного отбора участников конкурса; 4) рассмотрение конкурсных предложений участников; 5) рассмотрение, оценка конкурсных предложений и выявление победителя; 6) подписание протокола о результатах проведения конкурса [2].

Приглашение к конкурсу частных партнеров – первый официальный этап конкурса. Информация о проекте публикуется в официальных изданиях – в Европе это «Официальный журнал Европейского Союза» [1]. Заинтересованные лица получают краткое описание проекта и требования к нему. Их приглашают подать заявки, где необходимо указать наличие:

- технических возможностей для реализации проекта;
- достаточных средств для реализации проекта;
- юридических критериев (срок соглашения, риски, принимаемые на себя частным партнером)
- опыт и примеры реализации сходных проектов;

Участники, не отвечающие минимальным требованиям, отсеиваются на этом этапе. Решение, прошел ли игрок отбор, бывает весьма субъективным, поскольку критерии субъективны [1].

На следующем этапе конкурса проводится рассмотрение конкурсных предложений участников. Государственным органам – организаторам конкурса – требуется выбрать метод сравнения заявок. Участники должны быть осведомлены о том, что необходимо сделать, чтобы подать наилучшую заявку. Если заявки содержат практически одинаковую информацию, то окончательное решение можно принять, сравнив стоимость платы за услуги частного партнера. Другой метод – указать величину платы за услуги и попросить участников предлагать свои сроки действия соглашения ГЧП – очевидно, что выиграет тот, кто назовет кратчайший [1].

Метод «наиболее выгодной» заявки основан на оценке заявки с учетом нескольких критериев – проектирование, скорость строительства, надежность, качество услуг, оценку риска (то есть перенос риска на частный сектор) и другие характеристики, важные для государства наряду с ценой. Это более сложная система выбора, так как она учитывает множество критериев оценки, а также различные предпочтения участников.

Для математического описания процессов, связанных с государственно-частными партнерствами, в литературе были предложены решения на основе многокритериального анализа и теории игр. Математическая модель на основе теории игр моделирует ГЧП проект как игру, в которой игроки поделены на две категории – игроки государственного сектора и игроки частного сектора [3]. Научные статьи по теме используют в основном количественное описание задачи принятия оптимальных решений в ГЧП проектах. В круг задач, связанных с ГЧП, входит цена предложения частного партнера [4], размер платы за услуги [5], распределение риска и стоимости [6], финансовые перезаключения и оппортунистическое поведение [7].

В математических моделях ГЧП, предложенных в литературе, в основном делается предположение о существовании четко определенной функции выигрыша. Другими словами, авторы статей сфокусировались исключительно на количественном описании задач ГЧП. Такие модели описания имеют свои недостатки. Во-первых, во многих случаях спецификация функции выигрыша либо неосуществима, либо вовсе неуместна, так как ее введение потребует упрощающих задачу допущений относительно поведения игроков. На практике заинтересованные лица не всегда могут представить их предпочтения с помощью функции выигрыша, но они всегда могут упорядочивать альтернативные исходы от лучшего к худшему в соответствии с критериями оценки. Во-вторых, большая часть научных статей ограничилась использованием лишь части потенциала теории игр в том смысле, что использовалось ограниченное число критериев решения. В данной работе предлагается альтернативное решение задачи, которое должно заполнить эти два пробела.

Глава 2. Математическая формализация задачи выбора участника ГЧП

2.1. Игры с упорядоченными исходами

Обычный способ формализации задачи в математических моделях принятия решений состоит во введении целевой функции, т.е. такой функции, которая для каждого исхода численно оценивает его «полезность»; при этом цель отождествляется с получением исхода, имеющего возможно наибольшее (или наименьшее) значение целевой функции. Однако такую функцию удастся ввести не всегда: как часто бывают результаты, про которые нельзя сказать, что один лучше, а другой хуже. Здесь мы имеем дело с «принципом несовместимости». Суть его можно выразить так: чем сложнее система, тем меньше она допускает возможность точного количественного описания [8]. Вопреки распространенному мнению, математика сейчас рассматривается не как «наука о количестве», а, скорее как наука формальных моделях объективной действительности. В этом смысле, можно построить математическую модель задачи принятия решений, дав формальное, но необязательно, количественное описание ее компонент [8]. Можно дать формальное описание, взяв за основу связанное с ней предпочтение. Для этого надо задать в явном виде определяемое целью задачи отношение предпочтения. Сделать это проще, чем задать целевую функцию, так как здесь требуется не численная оценка результатов, а лишь указание на то какие результаты лучше, а какие хуже. Такой способ формализации описания цели, являясь более общим по своей природе и более простым с логической точки зрения, вместе с тем позволяет построить содержательную математическую модель задачи [8].

Определение 1. Игра, в которой предпочтения игроков заданы в виде отношений порядка на множестве исходов, называется игрой с упорядоченными исходами [9].

Бинарное отношение R на множестве X называется отношением частичного порядка, если оно обладает следующими свойствами:

- Рефлексивность: $\forall a \in X : aRa$.
- Антисимметричность: $\forall a, b \in X : \text{если } aRb \text{ и } bRa, \text{ то } a = b$.
- Транзитивность: $\forall a, b, c \in X : \text{если } aRb \text{ и } bRc, \text{ то } aRc$.

Бинарное отношение R на множестве X называется отношением линейного порядка, если оно является отношением частичного порядка и обладает следующим свойством: $\forall a \in X \forall b \in X$ либо aRb , либо bRa .

Определение 2. Игра G с упорядоченными исходами задается в виде набора объектов

$$G = (P, (X_i)_{i \in I}, A, (\omega_i)_{i \in I}, F)$$

где P — множество игроков P_1, \dots, P_N , X_i — множество стратегий игрока $P_i (i = 1, \dots, N)$, A — множество исходов, ω_i — отношение порядка на A , выражающее предпочтения игрока P_i , $F: \prod_{i \in I} X_i \rightarrow A$ — функция реализации. Основным некооперативным принципом оптимальности для игр этого класса является принцип равновесия. [9]

Определение 3. Ситуация $x^0 \in \prod_{i \in I} X_i$ называется ситуацией равновесия в игре G , если ни у одного игрока P_i не существует такой стратегии $x_i \in X_i$, для которой выполняется

$$F(x^0 || x_i) >^{\omega_i} F(x^0)$$

Ситуация равновесия обладает устойчивостью, так как в такой ситуации ни один игрок не заинтересован в одностороннем отклонении от нее [10].

Определение 4. Ситуация x^0 называется *равновесием по Нэшу*, если для всех $i \in I$, $x_i \in X_i$ имеет место

$$F(x^0 || x_i) \leq^{\omega_i} F(x^0) \quad [9]$$

Теперь мы можем описать математическую модель задачи выбора частного партнера ГЧП проекта, взяв за целевую структуру предпочтения представителей частного и государственного сектора.

2.2. Теоретико-игровая модель задачи выбора участника ГЧП

В этом параграфе рассматривается теоретико-игровая модель для анализа конкурентных торгов между потенциальными партнерами частного сектора за право получения ГЧП контракта, а также алгоритм поиска порядкового некооперативного равновесия или, что то же самое, прогнозирования победителя конкурса.

В целом предлагаемая структура [3] моделирует проект ГЧП как игру с упорядоченными исходами между представителем или игроком государственного сектора (например, городским советом) и несколькими игроками частного сектора P_1, \dots, P_N , участвующими в конкурсе на право заключения контракта о ГЧП. В целях моделирования мы будем предполагать, что проект ГЧП полностью описывается с помощью набора из K условий контракта, и что критерии эффективности, используемые для оценки качества любого предложения, определяются представителем государственного сектора.

Предположим, что каждый игрок частного сектора $P_i (i = 1, \dots, N)$ представляет одно предложение, например $x^i = (x_1^i, \dots, x_K^i)$ представителю государственного сектора в рамках процесса торгов, где предложения

представлены векторами, принадлежащими K -мерному евклидову пространству R^K .

Пусть $X_i = \{x_j^i = (x_{1,j}^i, \dots, x_{K,j}^i) | j = 1, \dots, M_i\}$ обозначает множество всех потенциальных предложений игрока $P_i (i = 1, \dots, N)$, где M_i – мощность множества X_i . Формально проект ГЧП моделируется как статическую некооперативную порядковую игру с полной информацией [3] среди участников из частного сектора. Отметим, что представитель государственного сектора формально не является агентом в игре, поскольку его действия зависят исключительно от предложений участников частного сектора. Представитель государственного сектора только лишь ранжирует предложения участников частного сектора и выбирает наилучшее. Поэтому мы будем называть его «теневым» игроком.

Обозначим за X декартово произведение множеств X_i , т.е. $X = \prod_{i=1}^N X_i$, элементы которого будем называть ситуациями игры. Более конкретно, ситуация $x \in X$ есть вектор, компонентами которого являются предложения $x^i = (x_1^i, \dots, x_K^i)$ от каждого игрока P_i , то есть $x = (x^1, \dots, x^N)$. Таким образом, задача представителя государственного сектора состоит в том, чтобы ранжировать индивидуальные стратегии в каждой ситуации на основе предпочтений государственного сектора. Под ранжированием стратегий понимается расположение их в цепочку по убыванию их важности или ценности. Пусть $r(x) = (r(x^1), \dots, r(x^N))$ обозначает такое ранжирование, где $r(x^i)$ представляет собой число от 1 до N , которое отражает относительный ранг предложения x^i по отношению к другим. Не умаляя общности, примем, что чем меньше значение, присвоенное $r(x^i)$, тем выше ранг предложения x^i .

Все ситуации представляют интерес для участников. Однако основной интерес для представителя государственного сектора вызывает только лишь одна, а именно та, которая состоит из фактических предложений, которую мы назовем конечным исходом игры.

Для реализации теоретико-игровой модели требуется ввести системы предпочтения для представителя государственного сектора и для участников из частного сектора.

Представитель государственного сектора имеет предпочтения в отношении предложений, которые выражаются в виде порядкового ранжирования $r(x)$ [3] и считаются полными и транзитивными. Это предположение формализуется как показано далее:

- $r(x^i) \leq r(x^j)$ – представитель госсектора слабо предпочитает предложение x^i предложению x^j .
- $r(x^i) < r(x^j)$ представитель госсектора строго предпочитает предложение x^i предложению x^j .
- $r(x^i) = r(x^j)$ – представитель госсектора безразличен к предложениям x^i и x^j .
- Полнота: $r(x^i) \leq r(x^j)$ или $r(x^i) \geq r(x^j)$ для всех пар $(x^i, x^j) \in X_i * X_j$
- Транзитивность: Если $r(x^i) \leq r(x^j)$ и $r(x^j) \leq r(x^h)$, то $r(x^i) \leq r(x^h)$ для всех $(x^i, x^j, x^h) \in X_i * X_j * X_h$

Каждый игрок частного сектора $P_i, i \in \{1, \dots, N\}$ имеет собственные предпочтения на множестве исходов игры, которые выражены в форме порядкового ранжирования $r^i(a(x))$ [3] заданном на всем множестве

исходов $A(X)$ и считаются полными и транзитивными. r^i будет использоваться для ранжирования исходов по предпочтениям игрока частного сектора $P_i (i = 1, \dots, N)$. В целом, r^i определяется, как показано далее, где чем лучше исход, связанный с ситуацией, тем ниже назначенный ему ранг:

- $r^i(a(x)) \leq r^i(a(y))$ – игрок частного сектора P_i слабо предпочитает исход $a(x)$ исходу $a(y)$.
- $r^i(a(x)) < r^i(a(y))$ – игрок частного сектора P_i строго предпочитает исход $a(x)$ исходу $a(y)$.
- $r^i(a(x)) = r^i(a(y))$ – игрок частного сектора P_i безразличен в отношении исходов $a(x)$ и $a(y)$.
- Полнота: $r^i(a(x)) \leq r^i(a(y))$ или $r^i(a(x)) \geq r^i(a(y))$ для всех пар $(a(x), a(y)) \in A(X) * A(X)$.
- Транзитивность: Если $r^i(a(x)) \leq r^i(a(y))$ и $r^i(a(y)) \leq r^i(a(z))$, то $r^i(a(x)) \leq r^i(a(z))$ для всех $(a(x), a(y), a(z)) \in A(X) * A(X) * A(X)$.

Определение 4. Пусть даны n игроков частного сектора P_1, \dots, P_N , соответствующие им множества предложений $X_i (i = 1, \dots, N)$, множество ситуаций игры $X = \prod_{i=1}^N X_i$, множество всех исходов игры $A(X)$ и системы предпочтений, используемые представителем государственного сектора, и игроками частного сектора r и $\{r^i | i = 1, \dots, N\}$, тогда игра с упорядоченными исходами агентов-участников ГЧП определяется как набор объектов

$$G = \left(P, (X_i)_{i \in P}, A(X), r, (r^i)_{i \in P}, F(x) \right), P = \{P_1, \dots, P_N\}. \quad [3]$$

Определение 5. Исходом в ситуации $x \in X$, $a(x)$ называется набор объектов $a(x) = (x, r(x), f_N(x))$, состоящий из ситуации x , ранжирования предложений частного сектора $r(x)$ и наилучшего соглашения $f_n(x)$ между игроком P_n и государственным сектором, $f_n(x) = P_n$. Множество всех исходов, связанных с ситуациями, обозначим через $A(X) = \{a(x) | x \in X\}$.

Определение 6. (Множество наилучших ответов) Пусть x^{-i} обозначает ситуацию игры G без предложения x^i i -го игрока частного сектора, то есть, $x^{-i} \in \prod_{j=1, j \neq i}^N X_j$. Тогда ситуация x может быть представлена в виде $x = (x^i, x^{-i})$. Для игрока частного сектора P_i его множеством наилучших ответов к конкретной ситуации x^{-i} , в которую играют другие игроки частного сектора, называется такое подмножество его стратегий, которые определяются как лучший ответ на ситуацию x^{-i} и обозначается $x^{i*}(x^{-i})$, [3]

$$x^{i*}(x^{-i}) = \{ x^i \in X_i \mid r^i(a(x^i, x^{-i})) \leq r^i(a(z^i, x^{-i})), \forall z^i \in X_i \}.$$

Определение 7. (равновесия игры) Ситуация $\hat{x} = (\hat{x}^i, \hat{x}^{-i})$ называется порядковым некооперативным равновесием игры выбора участника государственно-частного партнерства G тогда и только тогда, когда $\hat{x}^i = x^{i*}(\hat{x}^{-i})$ выполняется для всех $i = 1, \dots, N$, при условии, что игроки принимают решения независимо друг от друга. Другими словами, это ситуация игры, от которой отклонятся в одностороннем порядке не выгодно ни одному из игроков. [3]

Замечание: Некооперативная игра G может иметь одно, или несколько ситуаций равновесия, или не иметь совсем.

2.3. Алгоритм нахождения равновесия игры

Входные данные: Для введения в действие этой структуры необходимы два основных входных массива. Первый вход – множество ситуаций игры X , которые будут использоваться для анализа, то есть для каждого игрока P_i ($i = 1, \dots, N$) частного сектора имеется набор потенциальных предложений X_i . Второй вход – описание систем предпочтения игроков, участвующих в игре.

Шаг 1. Ранжирование предложений игроком государственного сектора.

Для каждой ситуации $x \in X$ ранжируем его предложения x^i в соответствии с предпочтениями игрока государственного сектора. Таким образом, получаем ранжирование $r(x) = (r(x^1), \dots, r(x^N)), \forall x \in X$. Затем сортируем $(r(x^1), \dots, r(x^N))$ в порядке возрастания и устанавливаем $f_n(x)$ к предложению в верхней части списка. В целом, на этом шаге нужно определить множество исходов $A(X) = \{a(x) | x \in X\}$, где $a(x) = (x, r(x), f_A(x))$. На практике ранжирование предложений может осуществляться простой программой лексикографического упорядочения, методом MCDM (например, методами ELECTRE, PROMETHEE, АНР, TOPSIS) или методологией на основе математического программирования (например, DEA)

Шаг 2. Упорядочивание множества исходов игроками частного сектора.

Для каждого игрока частного сектора P_i ($i = 1, \dots, N$), ранжируются исходы $a(x) = (x, r(x), f_n(x))$, вычисленные на предыдущем шаге, в соответствии с предпочтениями игрока P_i . Более конкретно, для каждого игрока частного сектора P_i исходы, связанные с ситуациями

$$a(x) = (x^1, \dots, x^i, \dots, x^N, r(x^1), \dots, r(x^i), \dots, r(x^N), f_n(x))$$

сначала упорядочиваются в возрастающем порядке в соответствии с рангами, присвоенными госсектором $r(x^i)$. Для каждого игрока частного сектора P_i , множество исходов, связанных с ситуациями, будет состоять из двух категорий. Первая категория или подмножество, скажем X_1^i , состоит из исходов, в которых игрок P_i занимает первое место согласно ранжированию государственного сектора, т.е. $X_1^i = \{x \in X \mid r(x^i) = 1\}$. Тогда как вторая категория или подмножество, X_2^i , состоит из тех исходов, в которых игрок P_i не обладает наилучшим предложением, т.е. $X_2^i = \{x \in X \mid r(x^i) \neq 1\}$. После этого эти упорядоченные подмножества исходов X_1^i и X_2^i упорядочиваются лексикографически по предпочтениям игрока частного сектора P_i только если множество X_1^i непустое – в противном случае ни одно из предложений игрока P_i не является конкурентоспособным. В итоге, каждому исходу присваивается соответствующий ранг игроком P_i . Обратим внимание, что вышеупомянутое условие повышает эффективность вычислений алгоритма. Для того, чтобы отслеживать за предпочтениями игроков частного сектора, введем соответствующий исходу вектор ранжирования частного сектора

$$r'(x) = (r^1(a(x)), \dots, r^i(a(x)), \dots, r^N(a(x))),$$

где $r^i(x)$ обозначает ранг, присвоенный игроком P_i , исходу $a(x)$.

Шаг 3. Нахождение порядкового некооперативного равновесия.

На этом шаге находим одно или несколько порядковых некооперативных равновесие, если таковые существуют. Упорядоченные исходы, полученные на предыдущем шаге вместе с соответствующими векторами предпочтений игроков частного сектора

$$(a(x); r'(x)) = (x^1, \dots, x^N; r(x^1), \dots, r(x^N), f_A(x); r^1(a(x)), \dots, r^N(a(x)));$$

$$x \in X,$$

уже отсортированы так, что записи в начале списка будут иметь самые меньшие значения в векторе предпочтений игроков частного сектора $r'(x) = (r^1(x), \dots, r^N(x))$.

Таким образом, если порядковое некооперативное равновесие Нэша существует, то все записи в векторе $r'(x)$ должны быть равны 1, в противном случае общее равновесие Нэша порядка $(r^1(x), \dots, r^N(x))$ будет лучшим исходом игры.

Вывод: одно или несколько порядковых некооперативных равновесий игры.

Теорема [3]. Пусть дана статическая некооперативная порядковая игра с полной информацией с участием одного игрока государственного сектора и нескольких игроков частного сектора, тогда предложенный алгоритм порядковой теории игр вычисляет за конечное число итераций порядковое некооперативное равновесие или несколько таких равновесий, если таковые существуют, в противном случае находится общее равновесие Нэша указанного порядка.

Доказательство. Предложенный алгоритм можно рассматривать как метод построения решения, который следует конечной последовательности шагов. На каждом шаге выполняется ранжирование по предпочтениям игрока. Очевидно, каждая задача ранжирования требует конечного числа итераций, так как количество предложений конечно. Результатом является упорядоченный список исходов, а также соответствующие векторы предпочтений игроков частного сектора т.е.

$$\left(a(x); r'(x) \right); - \left(x^1, \dots, x^N; r(x^1), \dots, r(x^N), f_n(x); r^1(a(x)), \dots, r^N(a(x)) \right); x \in X.$$

Таким образом, по построению, данный алгоритм сходится за конечное число шагов, и его порядок сложности зависит от выбора алгоритма ранжирования. Однако результат зависит от данных и может представлять собой одно общее равновесие по Нэшу порядка $(1, \dots, 1)$, либо несколько общих равновесий по Нэшу порядка $(1, \dots, 1)$, либо Общее равновесие порядка $r'(x)$.

Глава 3. Анализ сценариев и практическая реализация

3.1. Анализ предложений на иллюстративном сценарии

В этом параграфе рассмотрим практический пример применения математической модели для решения теоретической задачи выбора участника ГЧП. Сценарий описывается следующим образом: проект государственно-частного партнерства касается строительства скоростной автодороги. Проект включает одного игрока госсектора, представляющего городскую или региональную администрацию, а также двух игроков частного сектора, представляющих, например, строительные компании. Проект находится под руководством государственного сектора, который проводит конкурс на право заключения соглашения о ГЧП. Предполагается, что игроки-участники соглашаются на контракт с фиксированной ценой, а также берут на себя часть проектных рисков в обмен на финансовую компенсацию в виде платы за услуги. Для участия в конкурсе каждому участнику необходимо подать предложения представителю госсектора, где каждое предложение состоит из трех договорных условий: цена проекта, срок строительства и доля риск. Более конкретно, цена относится к количеству денег, которое игрок частного сектора готов получить за проект. Срок строительства означает ожидаемый период времени для сдачи проекта в эксплуатацию и его передачу государству, а риск означает процентную долю p операционного, финансового или технического риска, который частный сектор готов взять на себя, при этом остаточный риск $1 - p$ будет находиться в ответственности государства.

Участники подают предложения на строительство скоростной автодороги. ГЧП проект моделируется как теоретико-игровая модель с

игроком госсектора и двумя игроками частного сектора. Игроки частного сектора конкурируют между собой, а их стратегиями являются характеристики предложений, которые в свою очередь оцениваются игроком государственного сектора. В итоге, контракт ГЧП присуждается игроку с наивысшим рангом. В сумме, исходом игры является ранжирование предложений игроков частного сектора. Если оба игрока подали равноценные предложения, то представитель государственного сектора будет использовать дополнительную информацию для выявления победителя, например, опыт успешной реализации сходных проектов.

Далее, рассмотрим основные предположения, лежащие в основе систем предпочтения игроков государственного и частного секторов.

3.1.1. Предпочтения игрока госсектора

Представитель госсектора имеет предпочтения по трем условиям контракта: по цене, сроку строительства и риску. Большее предпочтение дается цене, затем риску, и только затем времени. В сумме, представитель госсектора ранжирует предложения по их цене в первую очередь, предложения с одинаковой ценой ранжируются по риску, в конце концов, предложения с одинаковой ценой и риском ранжируются по времени строительства. Другими словами, система предпочтений госсектора представляет собой лексикографический порядок по цене, риску и времени. С точки зрения представителя государственного сектора предложения с низкой ценой предпочтительнее предложений с высокой, предложения с большим риском на стороне частного партнера предпочтительнее предложений с меньшим, и предложения с коротким сроком сдачи в эксплуатацию предпочтительнее предложений с длинным. Наконец, в случае ничьи (оба игрока частного сектора подали одинаковые предложения)

представитель государственного сектора будет использовать дополнительную информацию для выявления победителя. В данном сценарии предполагается, что первый игрок, P_1 имеет преимущество в случае ничьи.

3.1.2. Предпочтения игроков частного сектора

Игроки частного сектора имеют следующие предпочтения по цене, риску и времени контракта ГЧП. Очевидно, оба игрока строго предпочтут выиграть ГЧП контракт, поэтому игроки будут разрабатывать конкурентоспособные предложения. Другими словами, они будут вести себя рационально.

Предполагается, что игрок частного сектора P_1 более всего предпочитает цену (предложения упорядочиваются по убыванию цены), затем критерий срока строительства (предложения упорядочиваются в возрастающем порядке). Риск является последним критерием, и предложения упорядочиваются по возрастанию доли риска. Таким образом, P_1 предпочитает предложения с более высокими ценами предложениям с более низкими. Такое предпочтение может быть мотивировано уверенностью в том, что его компетентность и прошлые достижения оправдают более высокую цену. Он предпочитает предложения с более короткими сроками строительства предложениям с более длинными сроками – это предпочтение может быть мотивировано желанием свести к минимуму воздействие любых неблагоприятных изменений в экономике за период строительства. И он предпочитает предложения с меньшей долей риска предложениям с более высокой долей – это предпочтение имеет очевидные мотивы, например, потенциальные дополнительные расходы при строительстве.

Пусть первый игрок предлагает три альтернативы по цене, а именно, { \$210 миллионов, \$215 миллионов, \$230 миллионов }, две альтернативы по доле риска – {35%, 40%}, и две опции по сроку сдачи – {3 года, 4 года}. Тогда, игрок P_1 имеет следующие стратегий:

(210,35%, 3) , (210,40%, 3) , (210,35%, 4) , (210,40%, 4) ,
 (215,35%, 3) , (215,40%, 3) , (215,35%, 4) , (215,40%, 4) ,
 (230,35%, 3) , (230,40%, 3) , (230,35%, 4) , (230, 40%, 4)

С другой стороны, игрок P_2 частного сектора имеет свою собственную систему предпочтений, где риск является первым критерием, и предложения ранжируются по убыванию доли риска. Срок строительства – второй критерий, и предложения ранжируются по убыванию. Цена является третьим и последним по значимости критерием, и предложения ранжируются в возрастающем порядке цены. Таким образом, P_2 предпочитает предложения с более высокой долей риска предложениям с более низкой. Такое предпочтение может быть мотивировано уверенностью игрока в его способности управлять риском в эффективной манере. Он предпочитает предложения с более длительными сроками строительства предложениям с более короткими сроками – это предпочтение может быть мотивировано, например, прогнозами поставщиков о собственных сроках поставок. И он предпочитает предложения с более низкими ценами предложениям с более высокими, т.е. он предпочитает устанавливать цену ниже, чтобы гарантировать получения контракта. В итоге, положим, что второй игрок предлагает следующие опции по критериям контракта: цена – { \$200 миллионов, \$210 миллионов, \$225 миллионов }, доля риска - {35%, 45%}, Срок сдачи {4 года, 6 лет}. Таким образом, игрок 2 имеет следующие стратегии:

(200,35%, 4) , (200,45%, 4) , (200,35%, 6) , (200,45%, 6) ,

$(210,35\%, 4) , (210,45\%, 4) , (210,35\%, 6) , (210,45\%, 6) ,$
 $(225,35\%, 4) , (225,45\%, 4) , (225,35\%, 6) , (225,45\%, 6)$

3.2. Решения задачи выбора участника ГЧП

Шаг 1. Ранжирование предложений представителем государственного сектора.

На основе предпочтений государственного сектора и правила выбора игрока в случае равноценных предложений, описанного выше, вычисляем ранжирование предложений игроков частного сектора – см. табл.

2. Например, ситуация $[(210,35\%, 3); (200,35\%, 4)]$, где предложением игрока P_1 – это $(510,55\%, 3)$ и предложением игрока P_2 – $(480,55\%, 4)$, ранжируется игроком государственного сектора в соответствии с его предпочтениями, и в результате игрок P_2 получает ранг 1, P_1 – ранг 2, потому что госсектор предпочитает предложения с меньшей ценой, чем с большей, и цена имеет большее значение, чем срок строительства и риск. Этот результат представлен в таблице ранжированием:

$$r((210,35\%, 3); (200,35\%, 4)) = (2, 1).$$

Остальная часть таблицы получается аналогичным образом. Обратите внимание, что ячейка (5,2) соответствует ситуации «ничьи» между предложениями P_1 и P_2 , которая разрешается, используя тот факт, что P_1 имеет лучший профиль, чем P_2 в отношении его предыдущего опыта и репутации успешного завершения сходных проектов инфраструктуры.

Таблица 2. Ранжирование предложений в соответствии с системой предпочтений государственного сектора

	(200,35,4)	(200,35,6)	(200,45,4)	(200,45,6)	(210,35,4)	(210,35,6)	(210,45,4)	(210,45,6)	(225,35,4)	(225,35,6)	(225,45,4)	(225,45,6)
(210,35,3)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(1 2)	(1 2)
(210,35,4)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(1 2)	(1 2)
(210,40,3)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(1 2)	(1 2)
(210,40,4)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(1 2)	(1 2)
(215,35,3)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(1 2)	(1 2)
(215,35,4)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(1 2)	(1 2)
(215,40,3)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(1 2)	(1 2)
(215,40,4)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(1 2)	(1 2)	(1 2)	(1 2)
(230,35,3)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)
(230,35,4)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)
(230,40,3)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)
(230,40,4)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)	(2 1)

Шаг 2. Ранжирование предложений игроками частного сектора

Исходы, рассчитанные на предыдущем шаге, теперь ранжируются каждым игроком частного сектора соответственно по их предпочтениям – см. таблицу 2 и 3 для рангов, а таблица 5 – объединяет таб. 3 и 4. Обратите внимание, что игрок P_1 (соответственно, P_2) присваивает более высокий ранг тем исходам из таблицы 1 с ранжированием $r(x) = (1,2)$ (соответственно, $r(x) = (2,1)$). С вычислительной точки зрения, операция ранжирования более эффективна, если сортировать элементы таблицы 1 по столбцам для игрока P_1 , и по строкам для игрока P_2 . Более конкретно, каждый столбец (соответственно строка) таблицы 1 сначала сортируется в лексикографическом порядке, где первая (соответственно, вторая) запись вектора рангов, присвоенного игроком государственного сектора, сортируется в порядке возрастания. Сортированные столбцы (соответственно строки) затем последовательно сортируются столько раз, сколько существуют условий контракта, основываясь на предпочтении P_1 (соответственно P_2).

Таблица 3. Ранжирование исходов, связанных с ситуациями, в соответствии с системой предпочтения игрока P_1 частного сектора

	(200,35,4)	(200,35,6)	(200,45,4)	(200,45,6)	(210,35,4)	(210,35,6)	(210,45,4)	(210,45,6)	(225,35,4)	(225,35,6)	(225,45,4)	(225,45,6)
(210,35,3)	9	9	9	9	1	1	9	9	5	5	5	5
(210,35,4)	11	11	11	11	3	3	11	11	7	7	7	7
(210,40,3)	10	10	10	10	2	2	10	10	6	6	6	6
(210,40,4)	12	12	12	12	4	4	12	12	8	8	8	8
(215,35,3)	5	5	5	5	9	9	5	5	1	1	1	1
(215,35,4)	7	7	7	7	11	11	7	7	3	3	3	3
(215,40,3)	6	6	6	6	10	10	6	6	2	2	2	2
(215,40,4)	8	8	8	8	12	12	8	8	4	4	4	4
(230,35,3)	1	1	1	1	5	5	1	1	9	9	9	9
(230,35,4)	3	3	3	3	7	7	3	3	11	11	11	11
(230,40,3)	2	2	2	2	6	6	2	2	10	10	10	10
(230,40,4)	4	4	4	4	8	8	4	4	12	12	12	12

Таблица 4. Ранжирование исходов, связанных с ситуациями , в соответствии с системой предпочтения игрока P2 частного сектора

	(200,35,4)	(200,35,6)	(200,45,4)	(200,45,6)	(210,35,4)	(210,35,6)	(210,45,4)	(210,45,6)	(225,35,4)	(225,35,6)	(225,45,4)	(225,45,6)
(210,35,3)	6	5	3	1	11	9	4	2	12	10	8	7
(210,35,4)	6	5	3	1	11	9	4	2	12	10	8	7
(210,40,3)	6	5	3	1	11	9	4	2	12	10	8	7
(210,40,4)	6	5	3	1	11	9	4	2	12	10	8	7
(215,35,3)	7	5	3	1	8	6	4	2	12	11	10	9
(215,35,4)	7	5	3	1	8	6	4	2	12	11	10	9
(215,40,3)	7	5	3	1	8	6	4	2	12	11	10	9
(215,40,4)	7	5	3	1	8	6	4	2	12	11	10	9
(230,35,3)	10	7	4	1	11	8	5	2	12	9	6	3
(230,35,4)	10	7	4	1	11	8	5	2	12	9	6	3
(230,40,3)	10	7	4	1	11	8	5	2	12	9	6	3
(230,40,4)	10	7	4	1	11	8	5	2	12	9	6	3

Таблица 5. Ранжирование исходов, связанных с ситуациями , в соответствии с системой предпочтения игроками P_1 и P_2 частного сектора

	(200,35,4)	(200,35,6)	(200,45,4)	(200,45,6)	(210,35,4)	(210,35,6)	(210,45,4)	(210,45,6)	(225,35,4)	(225,35,6)	(225,45,4)	(225,45,6)
(210,35,3)	(9 6)	(9 5)	(9 3)	(9 1)	(1 11)	(1 9)	(9 4)	(9 2)	(5 12)	(5 10)	(5 8)	(5 7)
(210,35,4)	(11 6)	(11 5)	(11 3)	(11 1)	(3 11)	(3 9)	(11 4)	(11 2)	(7 12)	(7 10)	(7 8)	(7 7)
(210,40,3)	(10 6)	(10 5)	(10 3)	(10 1)	(2 11)	(2 9)	(10 4)	(10 2)	(6 12)	(6 10)	(6 8)	(6 7)
(210,40,4)	(12 6)	(12 5)	(12 3)	(12 1)	(4 11)	(4 9)	(12 4)	(12 2)	(8 12)	(8 10)	(8 8)	(8 7)
(215,35,3)	(5 7)	(5 5)	(5 3)	(5 1)	(9 8)	(9 6)	(5 4)	(5 2)	(1 12)	(1 11)	(1 10)	(1 9)
(215,35,4)	(7 7)	(7 5)	(7 3)	(7 1)	(11 8)	(11 6)	(7 4)	(7 2)	(3 12)	(3 11)	(3 10)	(3 9)
(215,40,3)	(6 7)	(6 5)	(6 3)	(6 1)	(10 8)	(10 6)	(6 4)	(6 2)	(2 12)	(2 11)	(2 10)	(2 9)
(215,40,4)	(8 7)	(8 5)	(8 3)	(8 1)	(12 8)	(12 6)	(8 4)	(8 2)	(4 12)	(4 11)	(4 10)	(4 9)
(230,35,3)	(1 10)	(1 7)	(1 4)	(1 1)	(5 11)	(5 8)	(1 5)	(1 2)	(9 12)	(9 9)	(9 6)	(9 3)
(230,35,4)	(3 10)	(3 7)	(3 4)	(3 1)	(7 11)	(7 8)	(3 5)	(3 2)	(11 12)	(11 9)	(11 6)	(11 3)
(230,40,3)	(2 10)	(2 7)	(2 4)	(2 1)	(6 11)	(6 8)	(2 5)	(2 2)	(10 12)	(10 9)	(10 6)	(10 3)
(230,40,4)	(4 10)	(4 7)	(4 4)	(4 1)	(8 11)	(8 8)	(4 5)	(4 2)	(12 12)	(12 9)	(12 6)	(12 3)

Таблица 6. Перечень ситуаций, включающих все предложения RP_1 и одно предложение P_2 и соответствующие ранжирования и индуцированные потенциальные соглашения

$x=(x_1, x_2)$	$r(x)=(r(x_1), r(x_2))$	$fn(x)$
$((210,35,3);(210,35,4))$	(1 2)	P1
$((210,35,4);(210,35,4))$	(1 2)	P1
$((210,40,3);(210,35,4))$	(1 2)	P1
$((210,40,4);(210,35,4))$	(1 2)	P1
$((215,35,3);(210,35,4))$	(2 1)	P2
$((215,35,4);(210,35,4))$	(2 1)	P2
$((215,40,3);(210,35,4))$	(2 1)	P2
$((215,40,4);(210,35,4))$	(2 1)	P2
$((230,35,3);(210,35,4))$	(2 1)	P2
$((230,35,4);(210,35,4))$	(2 1)	P2
$((230,40,3);(210,35,4))$	(2 1)	P2
$((230,40,4);(210,35,4))$	(2 1)	P2

Для иллюстрации рассмотрим пятый столбец таблицы 2 вместе с соответствующими предложениями P_1 и P_2 , ранжирования и

индуцированные потенциальные соглашения - см. Таблицу 6. Отметим, что в случае более двух игроков, ситуации $x = (x^1, x^2)$ заменяются на $x = (x^1, \dots, x^N)$, где N обозначает количество игроков частного сектора.. Заметим также, что при рассмотрении более трех договорных условий каждый x^i будет вектором размерности K , где K обозначает число договорных условий, установленных государственным сектором.

В данном случае, этот список уже отсортирован в убывающем порядке первого элемента вектора упорядочивания госсектором. Этот отсортированный список должен быть снова отсортирован в лексикографическом порядке на основе цены, чтобы отразить предпочтения игрока P_1 (тем больше цена, тем лучше для игроку P_1), где сортировка выполняется в каждом подсписке, в котором P_1 имеет ранг 1 (соответственно 2) по отдельности – см. таблицу 7.

Таблица 7. Список ситуаций, отсортированных по предпочтениям цены P_1

$x=(x_1, x_2)$	$r(x)=(r(x_1), r(x_2))$	$fn(x)$
((210,35,3);(210,35,4))	(1 2)	P1
((210,35,4);(210,35,4))	(1 2)	P1
((210,40,3);(210,35,4))	(1 2)	P1
((210,40,4);(210,35,4))	(1 2)	P1
((230,35,3);(210,35,4))	(2 1)	P2
((230,35,4);(210,35,4))	(2 1)	P2
((230,40,3);(210,35,4))	(2 1)	P2
((230,40,4);(210,35,4))	(2 1)	P2
((215,35,3);(210,35,4))	(2 1)	P2
((215,35,4);(210,35,4))	(2 1)	P2
((215,40,3);(210,35,4))	(2 1)	P2
((215,40,4);(210,35,4))	(2 1)	P2

Этот сортированный список затем снова должен быть отсортирован в порядке возрастания времени доставки, а затем в порядке возрастания доли

распределения рисков, что уже сделано и приводит к ранжированию по P_1 элементов столбцов, как показано в таблице 8 и таблице 3.

Таблица 7. Список ситуаций, отсортированных и ранжированных в соответствии с предпочтениями P_1

$x=(x_1, x_2)$	$r(x)=(r(x_1), r(x_2))$	$fn(x)$	$rank\ n(x)$
$((210, 35, 3); (210, 35, 4))$	(1 2)	P_1	1
$((210, 40, 3); (210, 35, 4))$	(1 2)	P_1	2
$((210, 35, 4); (210, 35, 4))$	(1 2)	P_1	3
$((210, 40, 4); (210, 35, 4))$	(1 2)	P_1	4
$((230, 35, 3); (210, 35, 4))$	(2 1)	P_2	5
$((230, 40, 3); (210, 35, 4))$	(2 1)	P_2	6
$((230, 35, 4); (210, 35, 4))$	(2 1)	P_2	7
$((230, 40, 4); (210, 35, 4))$	(2 1)	P_2	8
$((215, 35, 3); (210, 35, 4))$	(2 1)	P_2	9
$((215, 40, 3); (210, 35, 4))$	(2 1)	P_2	10
$((215, 35, 4); (210, 35, 4))$	(2 1)	P_2	11
$((215, 40, 4); (210, 35, 4))$	(2 1)	P_2	12

Применяя описанную выше логику к каждому столбцу таблицы 2 поочередно, получаем Таблицу 3. Применяя вышеуказанную логику к каждой строке таблицы 2 по отдельности, получаем Таблицу 3. В итоге таблицы 2 и 3 объединены в таблице 4 для наглядности.

Шаг 3. Нахождение порядковых некооперативных равновесий.

Учитывая ранжирование исходов игры игроками частного сектора P_1 и P_2 – см. Таблица 4 – результат $((230, 35\%, 3); (200, 45\%, 6); (1, 1))$ является единственным оптимальным некооперативным равновесием игры.

Вывод: оптимальное общее равновесие по Нэшу

$((230, 35\%, 3) ; (200, 45\%, 6); (1, 1)).$

Выводы

На данном примере была проиллюстрирован пример задачи выбора участника государственно-частного партнерства и его решения с помощью данной математической модель. Результат работы алгоритма может быть использован как государственным, так и частным секторами с целью принятия оптимальных решений. В целом, с точки зрения игроков частного сектора, найденное общее равновесие Нэша гласит, что игроку P_1 было бы выгоднее подавать предложение (230, 35%, 3), а игроку P_2 – предложение (200, 35%, 6). Государственному сектору предложение игрока P_2 более привлекательно, чем у P_1 , за исключением сроков строительства. Очевидно, что контракт на ГЧП будет присужден игроку P_2 , однако, на практике, это решение может предполагать, что необходимы дальнейшие переговоры, чтобы избежать потенциальных проблем со сроком строительства, который в два раза больше, чем то, которое предложил игрок P_1 .

Заключение

Настоящая работа посвящена задаче выбора участника ГЧП проекта. В отличие от предыдущих количественных описаний ГЧП в данной работе предлагается порядковая модель, основанная на теории игр. Был рассмотрен общий алгоритм ранжирования предложений, учитывающих различные перспективы всех игроков. Более конкретно, предложенный алгоритм выискивает оптимальное общее равновесие по Нэшу. Мы проиллюстрировали применение этого алгоритма на иллюстративном примере. Математическая модель была создана с целью решить задачу выбора участника ГЧП, кроме того предлагаемый алгоритм решения обладает рядом своих особенностей. Во-первых, он может обрабатывать любое количество участников частного сектора и любое количество договорных условий и соответствующих критериев эффективности. Во-вторых, он определяет ранжирование предложений или участников торгов, которое учитывает несколько критериев эффективности и отражает как перспективу государственного сектора, так и частного сектора. В-третьих, его могут использовать игроки частного сектора для анализа любого набора потенциальных предложений, которые, скорее всего, будут представлены другими участниками, и в помощи с выбором стратегий назначения ставок. В-четвертых, он может использоваться государственным сектором для того, чтобы проанализировать любой набор потенциальных предложений, которые, скорее всего, будут представлены под любым набором контрактных условий, помочь с выбором реалистического набора контрактных условия и методов оценки их эффективности. И последнее, но не менее важное: предлагаемый алгоритм обеспечивает средства для автоматизации процесса анализа, что позволит сэкономить ценное время для практиков. В целом,

предлагаемая теоретико-игровая модель должна помочь государственному и частному сектору с анализом сценариев и процессом принятия решений.

Список литературы

1. Э. Р. Йескомб Государственно-частное партнерство. Основные принципы финансирования. М. : Альпина Пабlishер, 2015. 457 с.

2. Соколов М.Ю. Государственно-частное партнерство. Санкт-Петербург, 2015. 112 с.
3. J.Oenniche, M. Rajabi An Ordinal Game Theory Approach to the Analysis and Selection of Partners in Public–Private Partnership Projects // Journal of Optimization Theory and Applications, November 2015, DOI: 10.1007/s10957-015-0844-3
4. R. Preston McAfee, John McMillan Bidding for Contracts: A Principal–Agent Analysis //The RAND Journal of Economics, Volume 17, Issue 3 :326-338 · January 1986
5. S. Ping Ho Bid Compensation Decision Model for Projects with Costly Bid Preparation // Journal of Construction Engineering and Management, Volume 131, Issue 2. February 2005
6. Medda F. A game theory approach for the allocation of risks in transport public private partnerships // International Journal of Project Management Vol. 25, p. 213–218
7. S. Ping Ho Models for Financial Renegotiation in Public-Private Partnership Projects and Its Policy Implications: Game Theoretic View // Journal of Construction Engineering and Management, Vol. 132(7). July 2006
8. Розен В.В. Цель - оптимальность - решение (математические модели принятия оптимальных решений). М.: Радио и связь, 1982. — 168 с.
9. Розен В.В. Равновесие в играх с упорядоченными исходами // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. Т. 9, вып. 3, 2009, с. 61–66.
10. Розен В.В. Ситуации равновесия в играх с упорядоченными исходами // Кибернетика, № 5, 1989, с. 98-104.

Приложение

Алгоритм нахождения равновесия был реализован на языке C# WinForms. Далее прилагается исходный код программы.

```

namespace VKR_applicaition_winfrom
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();
        }

        private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
        {
            dataGridView1.Rows.Clear();
            dataGridView1.Columns.Clear();
            dataGridView1.Refresh();

            String price_p1 = textBox1.Text;
            String[] price_alternatives_p1 = price_p1.Split(' ');

            String risk_p1 = textBox2.Text;
            String[] risk_alternatives_p1 = risk_p1.Split(' ');

            String time_p1 = textBox3.Text;
            String[] time_alternatives_p1 = time_p1.Split(' ');

            var first_player_proposals = new List<List<int>>
            {
                new List<int> { 210,215,230},
                new List<int> {35, 40 },
                new List<int> { 3,4},
            };
            // new List<int> { Convert.ToInt32(price_alternatives_p1[0]),
            Convert.ToInt32(price_alternatives_p1[1]), Convert.ToInt32(price_alternatives_p1[2])},
            // new List<int> {
            Convert.ToInt32(risk_alternatives_p1[0]),Convert.ToInt32(risk_alternatives_p1[1])},
            // new List<int> {
            Convert.ToInt32(time_alternatives_p1[0]),Convert.ToInt32(time_alternatives_p1[1])},

            String price_p2 = textBox6.Text;
            String[] price_alternatives_p2 = price_p2.Split(' ');

            String risk_p2 = textBox5.Text;
            String[] risk_alternatives_p2 = risk_p2.Split(' ');

            String time_p2 = textBox4.Text;
            String[] time_alternatives_p2 = time_p2.Split(' ');
            var second_player_proposals = new List<List<int>>
            {
                new List<int> { 200,210,225},
                new List<int> { 35,45},
                new List<int> { 4,6},
            };

            //Cartesian product of 1 player proposals
            IEnumerable<IEnumerable<int>> empty = new[] { Enumerable.Empty<int>() };

```



```

var agg = first_player_proposals.Aggregate(
    empty,
    (acc, next)
=>
    (from ac in acc
     from n in next
     select ac.Concat(new[] { n })));
//
//Cartesian product of 2 player proposals
IEnumerable<IEnumerable<int>> empty2 = new[] { Enumerable.Empty<int>() };
var agg2 = second_player_proposals.Aggregate(
    empty2,
    (acc, next)
=>
    (from ac in acc
     from n in next
     select ac.Concat(new[] { n })));
//

List<List<int>> matrix1 = new List<List<int>>();

foreach (var item in agg)
{
    matrix1.Add(item.ToList());
}

List<List<int>> matrix2 = new List<List<int>>();

foreach (var item in agg2)
{
    matrix2.Add(item.ToList());
}

//1 player proposals
List<Proposal> proposalsOfFirstPlayer = new List<Proposal>();
foreach (var item in matrix1)
{
    proposalsOfFirstPlayer.Add(new Proposal(item[0], item[1], item[2],
"player1"));
}

//
// 2 player proposals
Console.WriteLine();
List<Proposal> proposalsOfSecondPlayer = new List<Proposal>();
foreach (var item in matrix2)
{
    proposalsOfSecondPlayer.Add(new Proposal(item[0], item[1], item[2],
"player1"));
}

// strategy profiles
List<Strategy_profile> str_profiles = new List<Strategy_profile>();
foreach (var p2 in proposalsOfSecondPlayer)
    foreach (var p1 in proposalsOfFirstPlayer)
        str_profiles.Add(new Strategy_profile(p1, p2));
//foreach (var it in str_profiles)
//Console.WriteLine(it.toString());
//исходы игры

```

```

        List<Str_profile_induced_outcome> outcomes = new
List<Str_profile_induced_outcome>();
        foreach (var str in str_profiles)
            outcomes.Add(new Str_profile_induced_outcome(str));

        //column-rankings of first player
        List<Private_sector_rankings> p1_rankings = new
List<Private_sector_rankings>();
        int k = 0;
        List<Str_profile_induced_outcome> temp = new
List<Str_profile_induced_outcome>();
        //List<List<Str_profile_induced_outcome>> splitted_outcomes = new
List<List<Str_profile_induced_outcome>>();
        foreach (var item in outcomes)
        {
            k++;
            temp.Add(item);
            if (k % 12 == 0)
            {
                p1_rankings.Add(new Private_sector_rankings(new
List<Str_profile_induced_outcome>(temp)));
                temp.Clear();
            }
        }

        //row-rankings of second player
        List<Private_sector_rankings> p2_rankings = new
List<Private_sector_rankings>();

        for (int j = 0; j < 12; j++)
        {
            foreach (var list in p1_rankings)
            {
                temp.Add(list.Outcomes[j]);
            }
            p2_rankings.Add(new Private_sector_rankings(new
List<Str_profile_induced_outcome>(temp)));
            temp.Clear();
        }
        //Ранжирование игроком P1

        foreach (var x in p1_rankings)
        {
            List<Str_profile_induced_outcome> temp1 = new
List<Str_profile_induced_outcome>();
            List<Str_profile_induced_outcome> temp2 = new
List<Str_profile_induced_outcome>();
            foreach (var st in x.Outcomes)
            {
                if (st.PublicRank == 1)
                    temp1.Add(st);
                else
                    temp2.Add(st);
            }
            temp1 = temp1.OrderBy(p => p.public_rank)
                .ThenByDescending(p => p.str.P1.Cost)

```

```

        .ThenBy(p => p.str.P1.Time)
        .ThenBy(p => p.str.P1.Risk)
        .ToList();

temp2 = temp2.OrderBy(p => p.public_rank)
        .ThenByDescending(p => p.str.P1.Cost)
        .ThenBy(p => p.str.P1.Time)
        .ThenBy(p => p.str.P1.Risk)
        .ToList();

x.Outcomes.Clear();
x.Outcomes.AddRange(new List<Str_profile_induced_outcome>(temp1));
x.Outcomes.AddRange(new List<Str_profile_induced_outcome>(temp2));
foreach (var y in x.Outcomes)
    if (y.PublicRank == 1)
        y.Private_rank_by_P1 = temp1.IndexOf(y) + 1;
    else
        y.Private_rank_by_P1 = temp1.Count + temp2.IndexOf(y) + 1;
}

//Ранжирование игроком P2

foreach (var x in p2_rankings)
{
    List<Str_profile_induced_outcome> temp11 = new
List<Str_profile_induced_outcome>();
    List<Str_profile_induced_outcome> temp22 = new
List<Str_profile_induced_outcome>();
    foreach (var st in x.Outcomes)
    {
        if (st.PublicRank == 2)
            temp11.Add(st);
        else
            temp22.Add(st);
    }
    temp11 = temp11.OrderBy(p => p.public_rank)
        .ThenByDescending(p => p.str.P2.Risk)
        .ThenByDescending(p => p.str.P2.Time)
        .ThenBy(p => p.str.P2.Cost)
        .ToList();
    temp22 = temp22.OrderBy(p => p.public_rank)
        .ThenByDescending(p => p.str.P2.Risk)
        .ThenByDescending(p => p.str.P2.Time)
        .ThenBy(p => p.str.P2.Cost)
        .ToList();

    x.Outcomes.Clear();
    x.Outcomes.AddRange(temp11);
    x.Outcomes.AddRange(temp22);
    foreach (var y in x.Outcomes)
        if (y.PublicRank == 2)
            y.Private_rank_by_P2 = temp11.IndexOf(y) + 1;
        else
            y.Private_rank_by_P2 = temp11.Count + temp22.IndexOf(y) + 1;
}

```

```

dataGridView1.Columns.Add("Column", "");

foreach(var a in proposalsOfSecondPlayer)
    dataGridView1.Columns.Add("Column", a.toString());
foreach (var a in proposalsOfFirstPlayer)
    dataGridView1.Rows.Add(a.toString());

int count = 0;

for( int i=1;i<13;i++)
    for (int j = 0; j < 12; j++)
    {
        dataGridView1.Rows[j].Cells[i].Value =string.Format("{0}",
outcomes[count].showPublicRankings());
        count++;
    }

foreach (var n in outcomes)
{
    if (n.Private_rank_by_P1 == 1 && n.Private_rank_by_P2 == 1)
        MessageBox.Show("Ситуация " + n.str.toString()+"
"+n.showPrivateRankings()+"является равновесием в игре");
}
/*
dataGridView1.Columns.Add("Column", "");
dataGridView1.Columns.Add("Column", "");
dataGridView1.Columns.Add("Column", "");
dataGridView1.Rows.Add("x=(x1,x2)", "r(x)=(r(x1),r(x2))", "fn(x)", "rank
ri(x)");

for (int i = 0; i < 12; i++)
{
    if(p1_rankings[4].Outcomes[i].PublicRank==1)
        dataGridView1.Rows.Add(p1_rankings[4].Outcomes[i].str.toString(),
p1_rankings[4].Outcomes[i].showPublicRankings(), "P1",i+1);
    else
        dataGridView1.Rows.Add(p1_rankings[4].Outcomes[i].str.toString(),
p1_rankings[4].Outcomes[i].showPublicRankings(), "P2",i+1);
}
*/
}

private void dataGridView1_CellContentClick(object sender,
DataGridViewCellEventArgs e)
{
}

private void Form1_Load(object sender, EventArgs e)
{
}

private void label3_Click(object sender, EventArgs e)
{
}

```

```

}

private void label5_Click(object sender, EventArgs e)
{

}

private void label11_Click(object sender, EventArgs e)
{

}

private void label2_Click(object sender, EventArgs e)
{

}

private void textBox1_TextChanged(object sender, EventArgs e)
{

}

private void textBox2_TextChanged(object sender, EventArgs e)
{

}

private void textBox3_TextChanged(object sender, EventArgs e)
{

}

private void textBox4_TextChanged(object sender, EventArgs e)
{

}

private void textBox5_TextChanged(object sender, EventArgs e)
{

}

private void textBox6_TextChanged(object sender, EventArgs e)
{

}

private void label4_Click(object sender, EventArgs e)
{

}

private void label6_Click(object sender, EventArgs e)
{

}

private void label7_Click(object sender, EventArgs e)

```

```
{  
}  
private void label8_Click(object sender, EventArgs e)  
{  
}  
private void groupBox1_Enter(object sender, EventArgs e)  
{  
}  
private void label19_Click(object sender, EventArgs e)  
{  
}  
}
```